



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان
معاونت دانش پژوهان جوان



مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان
و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «لایم خیمین (ره)»

اینجانب (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۱۹ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب (منشی حوزه) تعداد برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

سی امین دوره المپیاد فیزیک - بخش نظری

تاریخ: ۱۳۹۶/۱/۲۹ - ساعت: ۹:۳۰ مدت: ۲۱۰ دقیقه



شماره صندلی

استان:

منطقه:

پایه تحصیلی:

شماره پرونده:

کد ملی:

نام پدر:

نام مدرسه:



حوزه:

ذهن زیبا

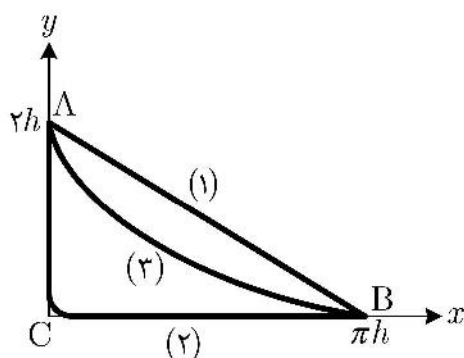
توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- ۱- این پاسخ نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مجاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- ۲- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ نامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- ۳- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- ۴- با توجه به آنکه برگه های پاسخ نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویس، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.
- ۵- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید.
- ۶- در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
- ۷- از مخدوش کردن دایره ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید. در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- ۸- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۹- آزمون مرحله دوم برای دانش آموزان پایه دهم صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه سوم دبیرستان انتخاب می شوند.
- ۱۰- هر سوال این دفترچه ۱۰ نمره دارد.



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



(۱) مطابق شکل بین دو نقطه‌ی $A(0, 2h)$ و $B(\pi h, 0)$ سه لوله‌ی

بدون اصطکاک و با قطر ناچیز قرار می‌دهیم. محور x افقی و محور y

قائم است. لوله‌ی (۱) به طور مستقیم A را به B وصل می‌کند. لوله‌ی

(۲) مسیر ACB است که AC قائم و CB افقی است. لوله‌ی (۳)

در مسیری منحنی شکل و با شیب متغیر است.

آ) فرض کنید سه گلوله‌ی (۱)، (۲) و (۳) از نقطه‌ی A به ترتیب در لوله‌های (۱)، (۲) و (۳) از حال سکون به حرکت در می‌آیند. سرعت هر یک از این گلوله‌ها را در نقطه‌ی B به دست آورید. فرض کنید گلوله‌ای که در لوله‌ی (۲) حرکت می‌کند در نقطه‌ی C بدون تغییر اندازه‌ی سرعت، تنها جهت سرعت‌اش عوض می‌شود.

ب) مدت زمان رسیدن گلوله‌های (۱) و (۲) به نقطه‌ی B را به ترتیب T_1 و T_2 می‌نامیم. T_1 و T_2 را به دست آورید.

پ) اندازه‌ی سرعت گلوله‌ی (۳) را در هر نقطه‌ی دلخواه (x, y) داخل لوله‌ی (۳) به دست آورید.

ت) فرض کنید در مسیر (۳) مختصات (x, y) گلوله با روابط زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned} x &= h(u - \sin u) \\ y &= h(1 + \cos u) \end{aligned}$$

که در آن u یک پارامتر بدون یکا است. یک بخش کوچک از لوله‌ی (۳) را که در ارتفاع y از محور x است با طول کوچک ΔL نشان می‌دهیم. طول ΔL تقریباً برابر طول وتر یک مثلث قائم‌الزاویه است که دو ضلع دیگر آن طول‌های کوچک Δx و Δy به ترتیب در امتداد محور x و y است. طول ΔL را بر حسب u و Δu به دست آورید، که Δu تغییرات u در طول کوچک ΔL است.

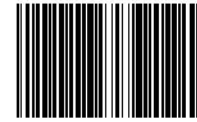
لازم به ذکر است که اگر $f(u)$ تابع دلخواهی از u باشد، تغییرات آن به ازای تغییر بسیار کوچک Δu از

$$\Delta f \simeq \frac{df}{du} \Delta u$$

به دست می‌آید.



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



- ث) در طول کوچک ΔL سرعت گلوله تقریباً ثابت و برابر سرعت آن در ارتفاع y است. مدت زمان عبور گلوله‌ی (۳) در طول ΔL را Δt می‌نامیم. Δt را به دست آورید.
- ج) زمان کل حرکت گلوله‌ی (۳) از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B را T_3 می‌نامیم. T_3 را به دست آورید.
- چ) T_1 ، T_2 و T_3 را به ترتیب صعودی مرتب کنید.

در صورت لزوم از این

قسمت

به عنوان چرک نویس

استفاده کنید

ذهن زیبا

مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



۲) دو گرماسنج یکسان داریم که درون اولی آب در دمای θ_1 و درون دومی یخ یکپارچه با دمای نامعلوم است. ارتفاع آب و یخ در هر دو گرماسنج h است. آب درون گرماسنج اول را به آرامی در گرماسنج دوم می‌ریزیم و مدتی صبر می‌کنیم تا تبادل گرمایی انجام شود. پس از برقراری تعادل، آب بالای یخ قرار دارد و ارتفاع کل آب و یخ H است که از $2h$ اندکی بزرگ‌تر است. از هر نوع اتلاف گرمایی چشم می‌پوشیم.

آ) دمای تعادل دستگاه چقدر است؟ معلوم کنید آیا مقداری از آب یخ زده است یا مقداری یخ ذوب شده است.

ب) دمای اولیه‌ی یخ را بر حسب θ_1 ، h ، H ، گرمای ویژه‌ی آب c_p ، گرمای ویژه‌ی یخ c_y ، چگالی آب ρ_1 ، چگالی یخ ρ_y و L_f گرمای ذوب یخ به دست آورید.

پ) دمای اولیه‌ی یخ را با استفاده از مقادیر عددی زیر به دست آورید.

$$\theta_1 = 9^\circ\text{C}, \quad h = 25\text{ cm}, \quad H = 50.5\text{ cm}$$

$$c_p = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, \quad c_y = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, \quad L_f = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\rho_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \rho_y = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

ذهن زیبا

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان چرک نویس

استفاده کنید

مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



۳) یک الکترون با بار الکتریکی $-e$ پس از عبور از اختلاف پتانسیل V در جهت $+x$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. این الکترون سپس از ناحیه‌ی S از محور x به طول $l = 5 \text{ cm}$ عبور می‌کند. در این ناحیه میدان الکتریکی یکنواخت E در جهت $+y$ و میدان مغناطیسی $B = 0.01 \text{ T}$ در جهت $+z$ برقرار است. میدان الکتریکی E از اعمال ولتاژ $V_0 = 300 \text{ V}$ بین دو صفحه‌ی مسطح رسانا به فاصله‌ی 1 cm از یکدیگر ناشی شده است. می‌دانیم برای یک الکترون $mc^2 = 0.5 \text{ MeV}$ است که در آن m جرم الکترون و $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ سرعت نور است. الکترون پس از عبور از ناحیه‌ی S آزادانه به حرکت خود ادامه می‌دهد و به یک صفحه‌ی فلورسان عمود بر محور x در فاصله‌ی $d = 40 \text{ cm}$ از انتهای ناحیه‌ی S برخورد می‌کند.

آ) اختلاف پتانسیل V چقدر باشد تا الکترون بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد؟

ب) اگر اختلاف پتانسیل V دقیقاً قابل تنظیم نباشد و حول مقدار تنظیم شده به اندازه‌ی یک دهم درصد آن افت و خیز داشته باشد، در این صورت نقطه‌ی برخورد الکترون با صفحه‌ی فلورسان به اندازه‌ی حداکثر $\pm \Delta y$ حول نقطه‌ی برخورد بدون انحراف، بالا و پایین خواهد شد. Δy چقدر است؟

توجه: کلیه‌ی کمیت‌هایی که در ضمن حل مسئله مقدار عددی آن‌ها را حساب می‌کنید در داخل کادر

بنویسید.

ذهن زیبا

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان چرک نویس

استفاده کنید

مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

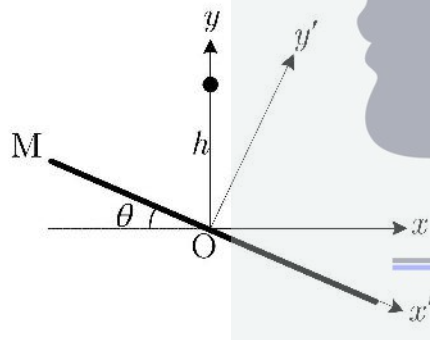


(۴)

مقدمه ۱: اگر سرعت یک ذره نسبت به ناظر S بردار $\vec{v}$ باشد و ناظر S' نیز با سرعت $\vec{u}$ نسبت به ناظر S در حال حرکت باشد، سرعت این ذره نسبت به ناظر S' از رابطه‌ی $\vec{w} = \vec{v} - \vec{u}$ به دست می‌آید.

مقدمه ۲: اگر یک توپ کوچک به دیوار سنگین و ساکنی برخورد کند و در این برخورد انرژی تلف نشود، برخورد را کشسان می‌نامیم. در این صورت می‌توان نشان داد که مؤلفه‌ی سرعت توپ در راستای عمود بر دیوار بدون تغییر اندازه، بر عکس می‌شود و مؤلفه‌ی موازی دیوار تغییر نمی‌کند. حال فرض کنید دیوار نسبت به ناظر معین S در حال حرکت است. ناظری که دیوار را ساکن می‌بیند S' می‌نامیم. در این حالت اگر ابتدا سرعت توپ را نسبت به ناظر S' بیابیم، گزاره‌ی فوق از دید ناظر S' برقرار است، یعنی مؤلفه‌ی عمود بر دیوار بر عکس می‌شود و مؤلفه‌ی موازی تغییر نمی‌کند. پس از به دست آوردن سرعت توپ (بعد از برخورد) از دید ناظر S' ، مجدداً می‌توان آن را از دید ناظر S حساب کرد.

مسئله: فرض کنید ناظر ساکن نسبت به زمین، دستگاه مختصات $x - y$ نشان داده شده در شکل را به کار می‌برد که محور x افقی و محور y قائم است. بردارهای یک‌ه در این جهت‌ها را $\hat{i}$ و $\hat{j}$ بنامید. بردار شتاب گرانش $\vec{g} = -g\hat{j}$ است. صفحه‌ی بزرگ و سنگین M که امتداد آن مطابق شکل با محور x زاویه‌ی θ می‌سازد را در نظر بگیرید. این صفحه با سرعت ثابت



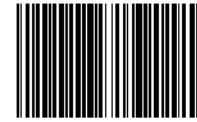
u عمود بر امتداد خودش در جهت $+y'$ در حال حرکت است. در شکل، مقطع این صفحه محور x' است. ناظری که صفحه را ساکن می‌بیند دستگاه مختصات $x' - y'$ را به کار می‌برد که بردارهای یک‌ه‌ی آن $\hat{i}'$ و $\hat{j}'$ نام دارد. تویی از ارتفاع h روی محور y از حال سکون رها می‌شود و درست هنگامی که به مبدأ مختصات مشترک دستگاه‌های $x - y$ و $x' - y'$ می‌رسد با صفحه‌ی M برخورد می‌کند. لحظه‌ی برخورد را $t = 0$ بگیرید. کمیت‌های خواسته شده را بر حسب g ، h ، u و θ به دست آورید.

(ا) v_{1x} و v_{1y} مؤلفه‌های بردار $\vec{v}_1$ ، سرعت توپ در لحظه‌ی قبل از برخورد از دید ناظر زمین.

(ب) $w_{1x'}$ و $w_{1y'}$ مؤلفه‌های بردار $\vec{w}_1$ ، سرعت توپ در لحظه‌ی قبل از برخورد از دید ناظر S' .



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



پ) w_{yx}' و w_{xx}' مؤلفه‌های بردار $\vec{w}_p$ ، سرعت توپ در لحظه‌ی بعد از برخورد از دید ناظر S' .

ت) v_{yx} و v_{xx} مؤلفه‌های بردار $\vec{v}_p$ ، سرعت توپ در لحظه‌ی بعد از برخورد از دید ناظر زمین.

ث) فرض کنید به ازای $\theta = \theta_h$ ، توپ پس از برخورد تا ارتفاع h از نقطه‌ی برخورد در راستای y بالا می‌رود. θ_h را حساب کنید.

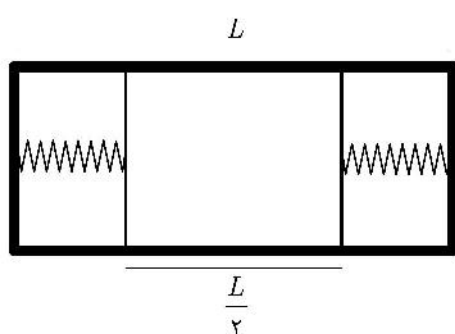
ج) فرض کنید به ازای $\theta = \theta_c$ ، مؤلفه‌ی قائم سرعت توپ در لحظه‌ی بعد از برخورد صفر می‌شود. θ_c را به دست آورید.

در صورت لزوم از این قسمت
به عنوان چرک نویس
استفاده کنید
ذهن زیبا
مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



(۵) مطابق شکل، استوانه‌ای افقی به طول L و سطح مقطع A را در نظر

بگیرید که به هر دو جانب آن یک فنر با طول عادی L و ثابت k وصل است. هر فنر به یک پیستون نازک و با ظرفیت گرمایی ناچیز متصل است و فضای بین این دو پیستون را n مول گاز کامل تک‌اتمی پر کرده است. دستگاه در حالت تعادل است. در این حالت دمای گاز T_1 و طول بخشی

از استوانه که به وسیله‌ی گاز اشغال شده $\frac{L}{3}$ است.

(ا) T_1 را بر حسب k ، L ، n و R (ثابت گازها) به دست آورید.

(ب) فشار گاز، P_1 ، را بر حسب k ، L و A به دست آورید.

حال مقداری گرما به دستگاه می‌دهیم به طوری که در حالت تعادل جدید دمای گاز $T_2 = 1/5 T_1$ ، فشار گاز P_2 و حجم گاز V_2 است. فرآیند گرما دادن به صورت آرمانی انجام می‌شود.

(پ) نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ را به دست آورید که V_1 حجم اولیه‌ی گاز است.

(ت) نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ را به دست آورید.

ذهن زیبا

(ث) گرمایی که به دستگاه داده شده را بر حسب k و L حساب کنید.

(ج) کار انجام شده بر روی گاز را بر حسب k و L حساب کنید.

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان پرگ نویس

استفاده کنید

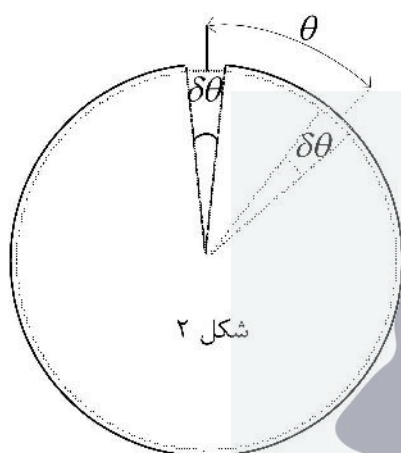
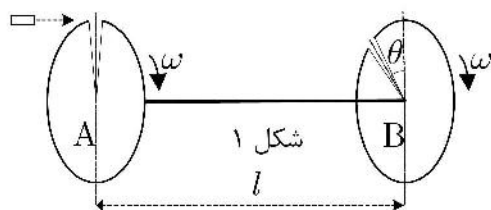
مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



۶) شکل ۱ طرحواره‌ی یک گزینش‌گر سرعت را نشان می‌دهد. این دستگاه از دو گرده‌ی (دیسک) یکسان و هم‌محور A و B درست شده که به فاصله‌ی l از هم قرار دارند. گرده‌ها با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول محور مشترک خود می‌چرخند. روی هر دو گرده یک چاک کوچک وجود دارد که به شکل قطاع بسیار کوچکی از دایره به زاویه‌ی $\delta\theta$ است. فقط ذراتی از گرده عبور می‌کنند که از چاک رد شوند. اگر دستگاه در امتداد محور مشترک گرده‌ها دیده شود نمایی مطابق شکل ۲ دارد. چنانچه دیده می‌شود خط‌های تقارن چاک گرده‌های A و B همواره با یکدیگر زاویه‌ی θ می‌سازند.

یک چشمه‌ی ساکن تولید ذرات بسیار کوچک در نزدیکی لبه‌ی بالایی گرده‌ی A ذراتی را موازی با محور شلیک می‌کند. فرض کنید هیچ نیرویی به ذرات وارد نمی‌شود.

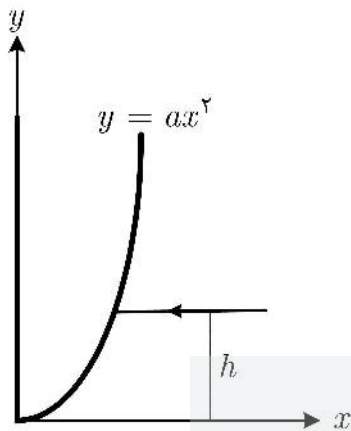
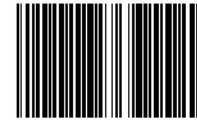
آ) سرعت ذرات در چه بازه‌هایی باشد تا همه‌ی ذراتی که از چاک گرده‌ی A عبور کرده‌اند از چاک گرده‌ی B نیز عبور کنند. کلیه‌ی جواب‌های ممکن مد نظر است. یادآوری می‌شود برای x خیلی کوچک‌تر از یک

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x$$

ب) فرض کنید چشمه‌ی ذرات، توزیع یکنواختی از ذرات با سرعت‌های $30 \text{ m/s} \leq v \leq 120 \text{ m/s}$ را تولید می‌کند. منظور از توزیع یکنواخت این است که اگر زمان زیادی از کار چشمه بگذرد، تعداد ذرات تولید شده با سرعت‌های بین v_1 و v_2 متناسب با $|v_2 - v_1|$ خواهد بود. با فرض $\theta = \pi$ ، $l = 1 \text{ m}$ ، $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$ و $\delta\theta = \pi / 100$ تعیین کنید پس از مدت طولانی، چه کسری از ذرات تولیدی چشمه از این دستگاه عبور خواهند کرد؟



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



(۷) تیغه‌ای شفاف به ضریب شکست $n = 1 + \delta$ در نظر بگیرید که δ

بسیار کوچکتر از یک است. مقطع این تیغه مطابق شکل شامل ناحیه‌ای است

که بین محور y و سهمی $y = ax^2$ قرار دارد.

(آ) فرض کنید پرتو نوری موازی با محور x و به فاصله‌ی h از آن به

تیغه می‌تابد. زاویه‌ی انحراف پرتو پس از خروج از تیغه را بر حسب δ ،

a و h به دست آورید. فرض کنید $h > \frac{1}{a}$.

(ب) دو پرتو نور در نظر بگیرید که به ترتیب در فاصله‌های h_1 و h_2 از محور x و به موازات آن به تیغه

می‌تابند. معین کنید این دو پرتو پس از خروج از تیغه در چه فاصله‌ای از محور y در سمت چپ آن به هم

می‌رسند.

راهنمایی: اگر ε بسیار کوچکتر از یک باشد روابط تقریبی زیر را داریم

$$(1 + \varepsilon)^n \cong 1 + n\varepsilon$$

$$\sin(x + \varepsilon) \cong \sin x + \varepsilon \cos x$$

$$\cos(x + \varepsilon) \cong \cos x - \varepsilon \sin x$$

ذهن زیبا

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان چرک نویس

استفاده کنید

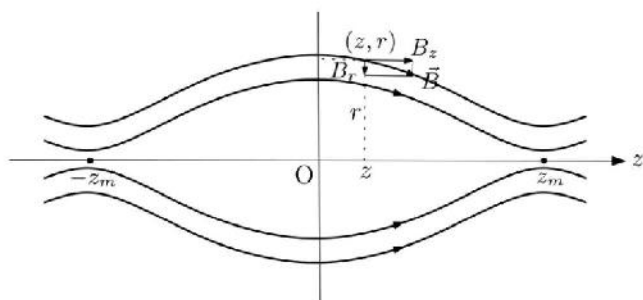
مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



۸) فرض کنید در ناحیه‌ای از فضا خطوط میدان مغناطیسی $\vec{B}$ مطابق شکل حول محور z تقارن دارند و با دور شدن از نقطه‌ی $z = 0$ به آرامی همگرا می‌شوند. به این ترتیب میدان مغناطیسی در هر نقطه به مختصات

(z, r) شامل دو مؤلفه‌ی $B_z(z, r)$ در امتداد محور z و $B_r(z, r)$ در راستای شعاعی است.

الکترونی به جرم m در این میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. سرعت لحظه‌ای الکترون را می‌توان به مؤلفه‌های v_z در امتداد محور z و $v_\perp$ عمود بر آن تجزیه کرد که $v_\perp$ برآیند حرکت پیچشی حول z و حرکت اندک ذره در راستای شعاعی است. از آنجا که نیروی مغناطیسی همواره بر سرعت ذره عمود است، روی آن کار انجام نمی‌دهد و انرژی جنبشی ذره ثابت است. همچنین می‌توان نشان داد اگر B_z به کندی با z تغییر کند کمیت $\frac{1}{2} \frac{mv_\perp^2}{B_z}$ نیز تقریباً ثابت است.

فرض کنید الکترونی در نقطه‌ای نزدیک محور z در محل $z = 0$ با مؤلفه‌ی سرعت v_z در امتداد محور z و $v_\perp$ در امتداد عمود بر آن وارد این ناحیه شود. در چنین شرایطی می‌توان نشان داد که دستگاه مشابه یک آینه‌ی مغناطیسی عمل می‌کند که در آن الکترون‌ها بین دو نقطه‌ی بازگشت معین روی محور z رفت و برگشت می‌کنند. برای درک این مطلب حالت خاصی را در نظر می‌گیریم که در آن میدان مغناطیسی روی محور z به صورت زیر است

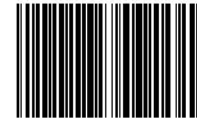
$$B_z(z, 0) = B_0 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right).$$

در نقاط نزدیک محور z نیز میدان را می‌توان تقریباً با مقدار آن روی محور یکی گرفت.

۱) با استفاده از کمیت‌های ثابت گفته شده، ثابت کنید بین مؤلفه‌ی v_z سرعت الکترون و مختصه‌ی z آن رابطه‌ی زیر برقرار است



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



$$\frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{1}{2}kz^2 = R$$

و مقادیر k و R را بر حسب m ، v_z ، $v_{\perp}$ و z به دست آورید.

(ب) نقاط بازگشت آینه‌ای که در آن‌ها جهت حرکت الکترون در امتداد z بر عکس می‌شود را به دست آورید.

(پ) معادله‌ی فوق درست مشابه رابطه‌ی انرژی نوسانگر هماهنگ ساده است. با استفاده از این تشابه، زمان رفت

و برگشت الکترون بین نقاط بازگشت آینه‌ای را به دست آورید.

(ت) $z(t)$ را به دست آورید.

(ث) با توجه به شکل، فرض کنید $z_m = 3z$. نسبت $\frac{v_z}{v_{\perp}}$ در چه محدوده‌ای باشد تا الکترون از آینه فرار

نکند.

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان چرک نویسی

ذهن زیبا

استفاده کنید

مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان
معاونت دانش پژوهان جوان



مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان
و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «لایم خیمین (ره)»

اینجانب (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۳ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب (منشی حوزه) تعداد برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

سی امین دوره المپیاد فیزیک - بخش عملی
تاریخ: ۱۳۹۶/۱/۲۹ - ساعت: ۸:۳۰ مدت: ۴۵ دقیقه



شماره صندلی

استان:

منطقه:

پایه تحصیلی:

شماره پرونده:

کد ملی:

نام پدر:

نام مدرسه:



حوزه:

ذهن زیبا

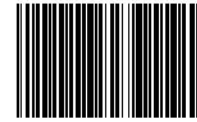
توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- ۱- این پاسخ نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- ۲- قبل از شروع آزمون دقت کنید که وسایل ذکر شده در صورت سوال عملی، به طور کامل در اختیار شما قرار گرفته باشد. در صورت بروز مشکل مراقبین را مطلع نمایید.
- ۳- از آنجا که ممکن است تا پایان آزمون عملی به وسایلی که در اختیار شما قرار داده شده نیاز داشته باشید، هنگام کار با آن ها دقت کنید. در صورت وجود مشکل در ابزارهای آزمایش، از مسئول جلسه درخواست کنید آن ها را تعویض نماید.
- ۴- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ نامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- ۵- پاسخ سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- ۶- با توجه به آنکه برگه های پاسخ نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چکر نویس، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.
- ۷- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید.
- در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
- ۸- از مخدوش کردن دایره ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- ۹- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۱۰- بخش عملی ۲۰ نمره دارد.



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:

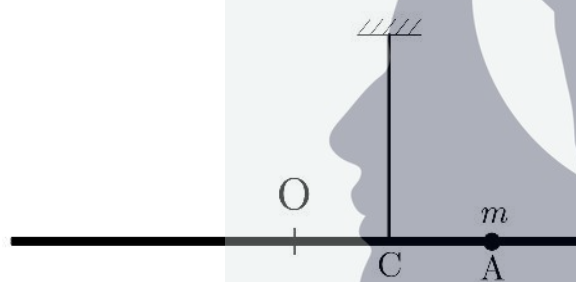


سؤال عملی

موضوع آزمایش: اندازه‌گیری نسبت دو جرم

وسایل آزمایش: لوله‌ی پلاستیکی به جرم m_1 که وزنه‌ی فلزی به جرم m_2 به آن متصل است و $m = m_1 + m_2$ ، میله‌ی فلزی یکنواخت به جرم M ، نخ، چسب کاغذی، کاغذ شطرنجی رسم نمودار (که پیوست پاسخ‌نامه است)، خط‌کش.

لوله‌ی پلاستیکی و وزنه‌ی متصل به آن می‌تواند در محل‌های مختلف روی میله قرار داده شود، اما از روی میله خارج نمی‌شود.



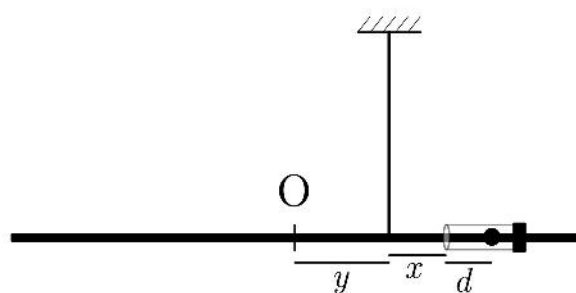
شکل ۱

مقدمه: در شکل ۱ نقطه‌ی O وسط میله‌ی یکنواختی به جرم M است. فرض کنید جرم نقطه‌ای m را در نقطه‌ی A روی میله متصل می‌کنیم. اگر نقطه‌ی C جایی باشد که وقتی دستگاه از آن نقطه آویخته شود میله در حالت تعادل افقی قرار گیرد، خواهیم داشت

$$M(OC) = m(CA) \quad (۱)$$

که در آن OC فاصله‌ی نقطه‌ی O تا نقطه‌ی C و CA فاصله‌ی نقطه‌ی C تا نقطه‌ی A است.

آزمایش: نقطه‌ی O وسط میله را تعیین کنید و علامت بزنید. نخ را در فاصله‌ی y از نقطه‌ی O (مطابق مقادیری که در جدول ۱ پاسخ‌نامه داده شده) در همان سمتی که لوله‌ی پلاستیکی قرار دارد ببندید. لوله‌ی پلاستیکی که یک

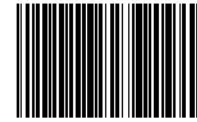


شکل ۲

وزنه‌ی فلزی به آن وصل است را روی میله جابه‌جا کنید و در جایی قرار دهید که میله بر اثر آویختن از نخ در حال تعادل افقی قرار گیرد. در این حال فاصله‌ی انتهای لوله از نقطه‌ی آویز (محل نخ) مطابق شکل ۲ برابر x است. فرض کنید d طولی است که اگر به جای مجموعه‌ی وزنه و لوله پلاستیکی،



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



جرم نقطه‌ای m را قرار می‌دادیم دستگاه در حال تعادل قرار می‌گرفت. در این صورت مطابق آنچه در مقدمه‌ی نظری گفته شد داریم

$$My = m(x + d). \quad (۲)$$

خواسته‌ها:

- ۱- به ازای مقادیری از y که در جدول ۱ آمده است، مقدار x را تعیین کنید و نتیجه را در همان جدول وارد کنید.
- ۲- نمودار خط y را بر حسب x روی کاغذ شطرنجی رسم نمودار، رسم کنید. اندازه‌ی شیب و عرض از مبدأ این خط را به دست آورده و در جدول ۲ وارد کنید.
- ۳- با توجه به رابطه‌ی (۲) مقادیر $\frac{m}{M}$ و d (بر حسب میلی‌متر) را به دست آورده و در جدول ۳ پاسخ‌نامه وارد کنید.
- ۴- مجموعه‌ی لوله و وزنه را دستگاهی مشابه آنچه در مقدمه گفته شد، بگیرید. فرض کنید وزنه‌ی فلزی، مشابه یک جرم نقطه‌ای است که درست وسط آن قرار گرفته است. به کمک وسایل موجود، وسط لوله را نیز پیدا کنید. سپس با استفاده از مقدار d که در قسمت ۳ به دست آوردید، نسبت $\frac{m_1}{m_p}$ را به دست آورید و در جدول ۴ پاسخ‌نامه وارد کنید.
- شکل دستگاه لوله و وزنه را در جدول ۵ پاسخ‌نامه رسم کنید و نحوه‌ی محاسبه‌ی نسبت $\frac{m_1}{m_p}$ را با توجه به طول‌هایی که در شکل نشان می‌دهید، شرح دهید.

ذهن زیبا



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



پاسخ‌نامه

جدول ۱

$y =$ (میلی‌متر)	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰
$x =$ (میلی‌متر)						

جدول ۲

= شیب	
= عرض از مبدأ (میلی‌متر)	

جدول ۳

$m / M =$	
$d =$ (میلی‌متر)	

جدول ۴

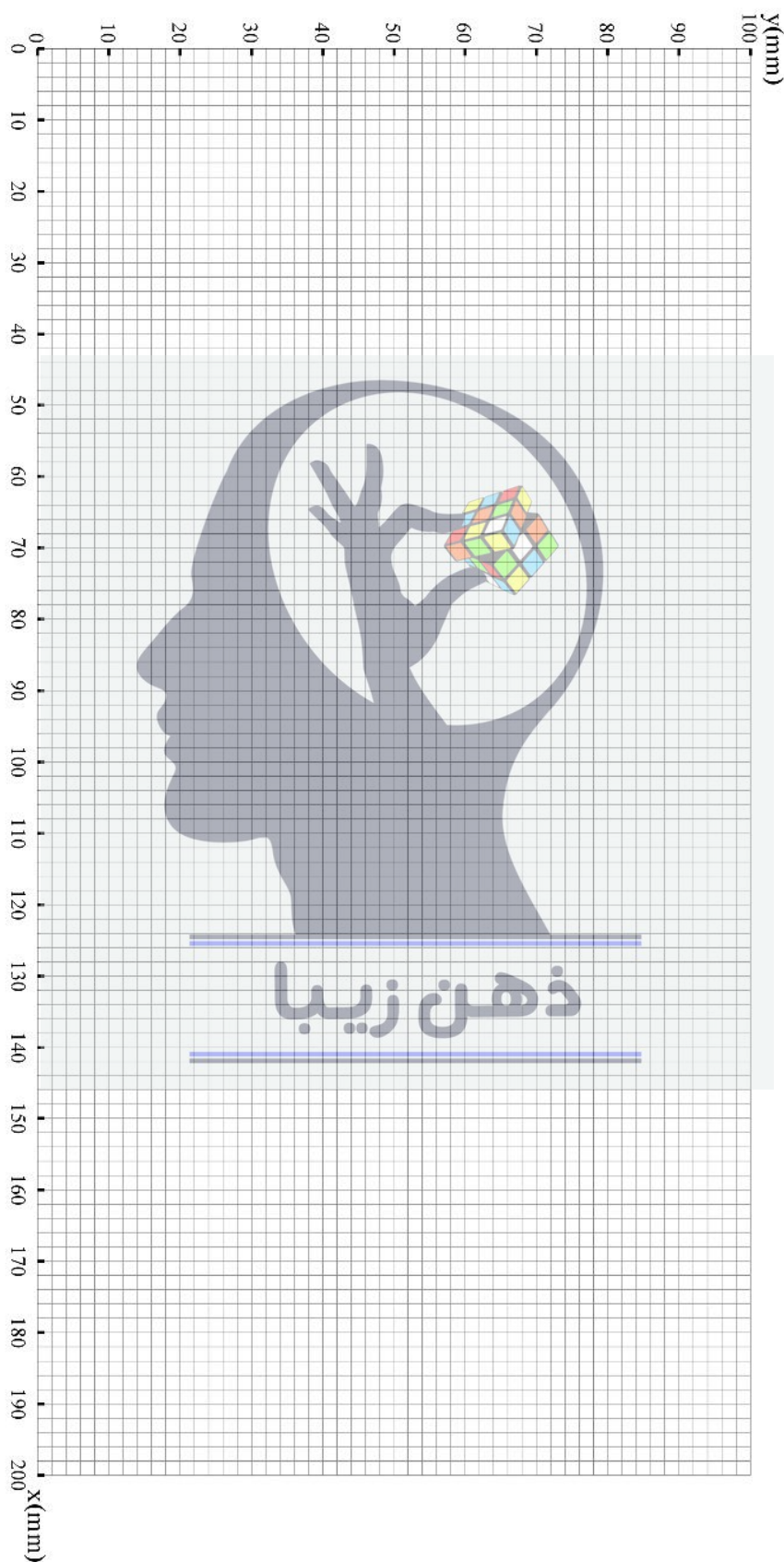
$m_\gamma / m_\pi =$	
----------------------	--

جدول ۵

ذهن زیبا



نام:
نام خانوادگی:
کد ملی:



به نام خدا

پاسخ تشریحی سوالات مرحله دوم سی امین المپیاد فیزیک ایران

- یاسمین سادات پناهی
- متینا نجفی



پاسخ های تشریحی

(۱)

الف) به دلیل پایستگی انرژی مکانیکی، میدانیم که از آنجایی که هر ۳ توپ در ابتدا در ارتفاع یکسانی قرار دارند، سرعت هر سه آنان در انتهای مسیر یکسان است. بنابراین

$$mg \times 2h = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow v_1 = 2\sqrt{gh} = v_2 = v_3$$

ب) در مسیر ۱ زمان حرکت گلوله از تقسیم مسافت پیموده شده بر سرعت متوسط آن در طی مسیر به دست می آید

$$\overline{v_1} = \sqrt{gh}$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{(2h)^2 + (\pi h)^2}}{\sqrt{gh}} = \frac{h}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{4 + \pi^2}$$

برای به دست آوردن زمان حرکت گلوله ۲، زمان حرکت آن را در هر یک از قسمت های مسیرش به دست می آوریم و با هم جمع میکنیم

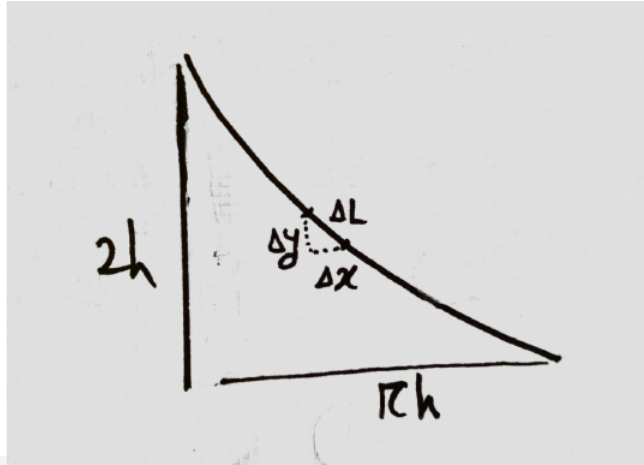
$$T_2 = \frac{2h}{\sqrt{gh}} + \frac{\pi h}{2\sqrt{gh}} = \sqrt{\frac{h}{g}} \left(2 + \frac{\pi}{2} \right)$$

پ) دوباره از قانون پایستگی جرم استفاده میکنیم

$$mg(2h - y) = \frac{1}{2}mv_{3(y)}^2$$

$$\Rightarrow v_{3(y)} = \sqrt{2g(2h - y)}$$

(ت)



$$\Delta L = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\Delta x \approx \frac{dx}{du} \Delta u = h(1 - \cos u) \Delta u$$

$$\Delta y \approx \frac{dy}{du} \Delta u = -h \sin u \Delta u$$

$$\Rightarrow \Delta L = h \Delta u \sqrt{(1 - \cos u)^2 + \sin^2 u} = h \Delta u \sqrt{2(1 - \cos u)}$$

ث) زمان عبور گلوله از تقسیم فاصله کوچکی که در قسمت بالا به دست آوردیم بر سرعت گلوله در ارتفاع دلخواه که در قسمت پ به دست آوردیم، بدست می آید.

$$\Delta t = \frac{h \Delta u \sqrt{2(1 - \cos u)}}{\sqrt{2g(2h - y)}} \quad y = h(1 + \cos u)$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{h \Delta u \sqrt{1 - \cos u}}{\sqrt{gh(1 - \cos u)}} = \sqrt{\frac{h}{g}} \Delta u$$

ج) برای به دست آوردن کل زمان حرکت گلوله ۳، تمام زمان هایی که جزء های مسیر را در آن می پیماید (که آنرا برای ارتفاع دلخواه در قسمت بالا به دست آوردیم) را جمع میزنیم

$$T_3 = \sum \Delta t = \sum \sqrt{\frac{h}{g}} \Delta u = \sqrt{\frac{h}{g}} \sum \Delta u = \sqrt{\frac{h}{g}} u$$

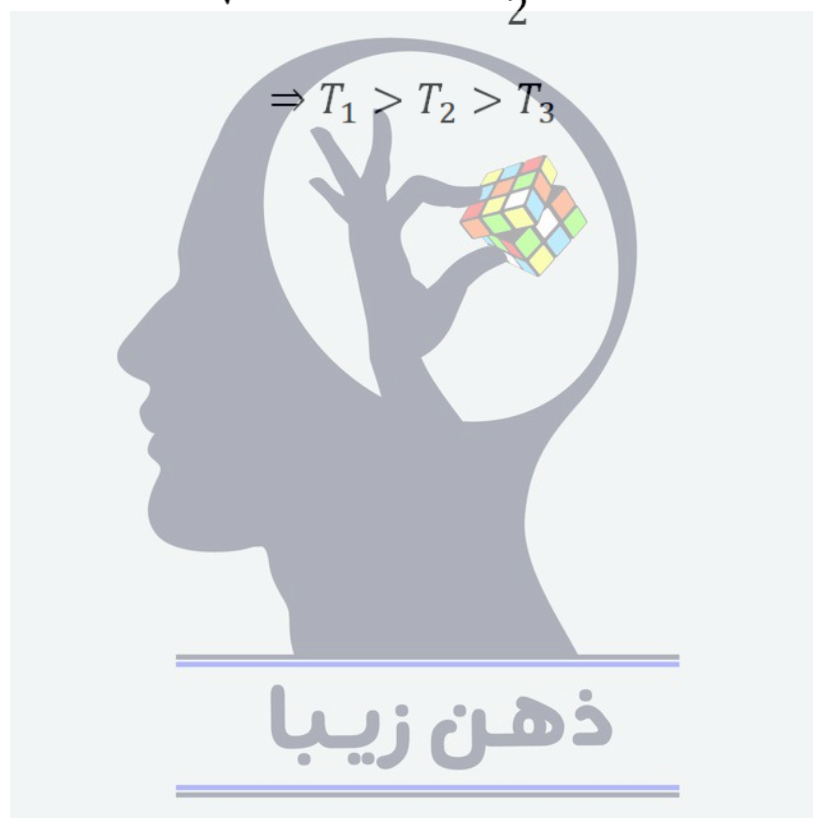
$$y = 2h = h(1 + \cos u_1) \rightarrow \cos u_1 = 1 \rightarrow u_1 = 0$$

$$y = 0 = h(1 + \cos u_2) \rightarrow \cos u_2 = -1 \rightarrow u_2 = \pi$$

$$\Rightarrow T_3 = \sqrt{\frac{h}{g}}(u_2 - u_1) = \pi \sqrt{\frac{h}{g}}$$

(ج)

$$\sqrt{4 + \pi^2} > 2 + \frac{\pi}{2} > \pi$$



(۲)

الف) میدانیم چگالی یخ کمتر از آب است، پس حجم جرم یکسانی یخ بیشتر از حجم مقدار آبی به همان جرم است. بنابراین باید مقداری آب یخ بزند تا ارتفاع نهایی (H) بیشتر از 2h شود. با توجه به اینکه آب یخ میزند، در حالت تعادل نهایی، آب روی یخ است. دمای ترکیب نهایی چون هیچ اتلاف گرمایی ای هم نیست برابر صفر است.

(ب)

$m = \text{جرم آبی که یخ میزند}$

$h_1 = \text{ارتفاع آن جرم وقتی که آب بوده است}$

$h_2 = \text{ارتفاع آن جرم وقتی یخ میزند}$

$v_1 = \text{حجم حالت اولیه}$ ، $v_2 = \text{حجم حالت ثانویه}$

$\theta_2 = \text{دمای اولیه یخ}$

$$m = \rho_1 A h_1 = \rho_2 A h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1 \quad (1)$$

$$(H - 2h)A = v_2 - v_1 = \frac{m}{\rho_2} - \frac{m}{\rho_1} = A(h_2 - h_1)$$

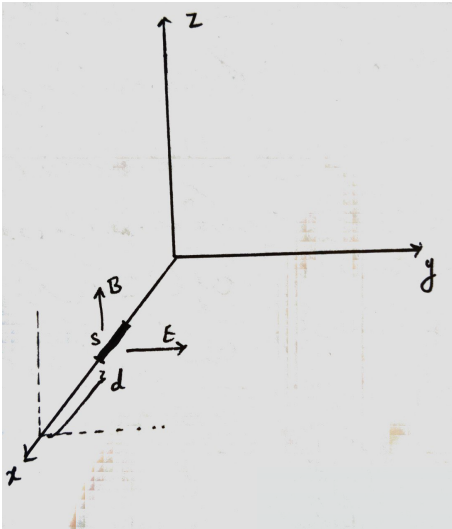
$$\Rightarrow H - 2h = h_2 - h_1 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{تعادل} \quad -\rho_1 h_1 A C_1 \theta_1 - \rho_1 h_1 A L_f - \rho_1 (h - h_1) A C_1 \theta_1 = \rho_2 h C_2 \theta_2 A$$

$$\Rightarrow \rho_1 h C_1 \theta_1 + \rho_1 h_1 L_f = \rho_2 h C_2 \theta_2 \quad (3)$$

$$\xRightarrow{(1),(2)} H - 2h = h_1 \left(\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right) - 1 \right) \Rightarrow h_1 = \frac{H - 2h}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1}$$

$$\xRightarrow{h_1 \text{ in (3)}} \theta_2 = \frac{-\rho_1 \left(h C_1 + \frac{(H - 2h) L_f}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1} \right)}{\rho_2 h C_2} = -52^\circ\text{C}$$



$$\frac{1}{2}mv^2 = Ve \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Ve}{m}}, \quad l = 5 \times 10^{-2}m, \quad B = 10^{-3}T$$

$$c = 3 \times 10^8 m/s, \quad d = 0.4m, \quad E = \frac{V_0}{d} = 3 \times 10^4 N/C$$

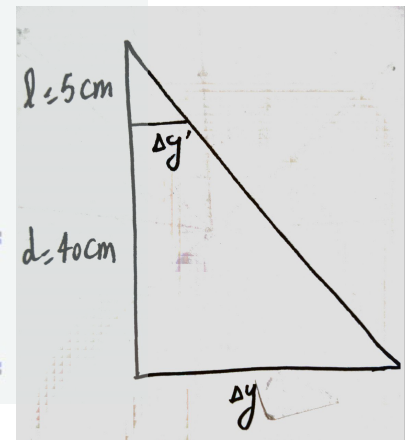
$$mc^2 = 5 \times 10^5 eV \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{9 \times 10^{16}}{5 \times 10^5} = 18 \times 10^{10} C/kg$$

الف) برای اینکه الکترون منحرف نشود باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، و از آنجایی که نیروی الکتریکی و مغناطیسی ای که به آن وارد میشود در جهت های مخالف هستند، بنابراین باید مقدار این نیروها با هم برابر باشند.

$$eE = eB \sqrt{\frac{2Ve}{m}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{E^2}{2B^2 \frac{e}{m}} = \frac{9 \times 10^8}{2 \times 10^{-6} \times 18 \times 10^{10}} = 2500V$$

ذهن زیبا



ب) چون دلتا V خیلی کم است و ۵/۴۰ خیلی کوچک است، مسیر حرکت الکترون مستقیم فرض میشود.
L = مسافتی که الکترون در ناحیه S می پیماید

$$\frac{\delta V}{V} = 0.001$$

$$a = \frac{eB \sqrt{2(V + \delta V) \frac{e}{m}} - eE}{m} = \frac{e}{m} \left(B \sqrt{2(V + \delta V) \frac{e}{m}} - E \right) = \frac{e}{m} \left(B \sqrt{2V \frac{e}{m} \left(1 + \frac{\delta V}{V} \right)} - E \right)$$

$$\approx \frac{e}{m} \left(B \sqrt{2V \frac{e}{m} \left(1 + \frac{\delta V}{2V} \right)} - E \right) = \frac{e}{m} \left(B \sqrt{2V \frac{e}{m} \frac{\delta V}{2V}} + B \sqrt{2V \frac{e}{m}} - E \right)$$

$$B \sqrt{2V \frac{e}{m}} = E \Rightarrow a = \frac{e}{m} B \sqrt{2V \frac{e}{m} \frac{\delta V}{2V}}$$

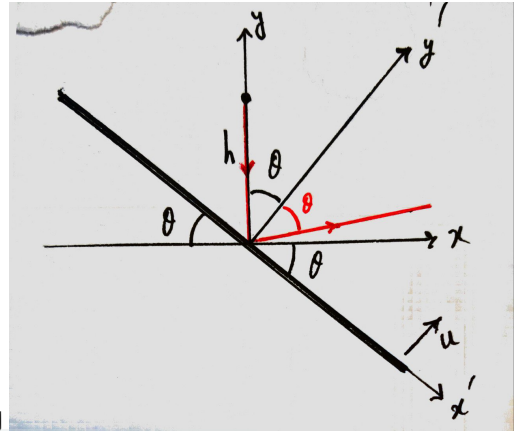
$$L = \sqrt{l^2 + \Delta y'^2} = l \sqrt{1 + \frac{\Delta y'^2}{l^2}} \approx l$$

$$t = \frac{l}{\sqrt{2(V + \delta V) \frac{e}{m}}} \approx \frac{l}{\sqrt{2V \frac{e}{m} \left(1 + \frac{\delta V}{2V} \right)}}$$

$$\Delta y' = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{m} B \sqrt{2V \frac{e}{m} \frac{\delta V}{2V}} \left(\frac{l^2}{2V \frac{e}{m} \left(1 + \frac{\delta V}{2V} \right)^2} \right)$$

$$\Delta y = 9 \Delta y' \approx 3.4 \times 10^{-7}$$

ذهن زیبا



الف) توپ در خط عمودی حرکت میکند، بنابراین مولفه افقی سرعت آن صفر است.

مولفه عمودی نیز از پایداری انرژی به دست می آید.

$$v_{1x} = 0, \quad v_{1y} = -\sqrt{2gh}$$

ب) برای بدست آوردن سرعت نسبی سطح و توپ در دستگاه $x'-y'$ مولفه عمودی سرعت توپ را از مولفه عمودی سرعت زمین، و مولفه افقی سرعت توپ را از مولفه افقی سرعت زمین تفریق برداری میکنیم، و برای به دست آوردن این مولفه ها، سرعت عمودی و افقی توپ در دستگاه $x-y$ را روی محورهای دستگاه جدید تجزیه میکنیم:

$$w'_{1x} = \sqrt{2gh} \sin \theta, \quad w'_{1y} = -\sqrt{2gh} \cos \theta - u$$

پ) چون هنگام برخورد مولفه افقی توپ در دستگاه سطح متحرک تغییر نمی کند و مولفه عمودی آن در دستگاه سطح تنها علامتش تغییر میکند، بنابر این مطابق شکل بالا با زاویه یکسانی نسبت به خط عمود بر سطح و سرعتی برابر با سرعت برخورد در دستگاه سطح برمیگردد، درست مانند بازتاب نور از یک سطح.

$$w'_{2x} = \sqrt{2gh} \sin \theta, \quad w'_{2y} = \sqrt{2gh} \cos \theta + u$$

ت) ابتدا مولفه x' سرعت توپ را بر محورهای دستگاه زمین تجزیه میکنیم. در راستای y' در دستگاه سطح سرعت توپ هر چه که باشد، چون سرعت زمین نسبت به سطح برابر u و در جهت خلاف محور y' است، ابتدا سرعت u را به مولفه y' سرعت توپ اضافه میکنیم، سپس آنها را بر روی محورهای دستگاه $x-y$ تجزیه میکنیم و در نهایت همه آنها را با هم جمع کرده و مولفه های سرعت در دستگاه زمین را بدست می آوریم.

$$v_{2y} = w_{2x'} \cos \theta + (w_{2y'} + u) \sin \theta = 2\sqrt{2gh} \sin \theta \cos \theta + 2u \sin \theta$$

$$v_{2y} = (w_{2y'} + u) \cos \theta - w_{2x'} \sin \theta = \sqrt{2gh} \cos^2 \theta + 2u \cos \theta - \sqrt{2gh} \sin^2 \theta$$

ث) از پایداری انرژی استفاده میکنیم:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{2y}^2 \Rightarrow v_{2y} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gh}(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + 2u \cos \theta$$

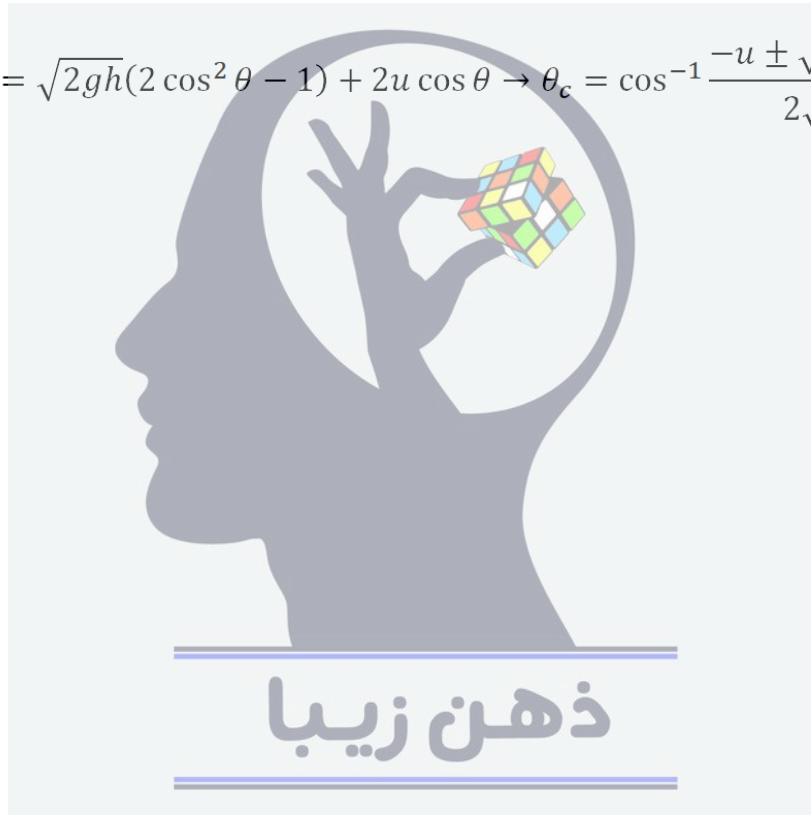
$$= \sqrt{2gh}(2 \cos^2 \theta - 1) + 2u \cos \theta$$

$$\Rightarrow \sqrt{2gh} \cos^2 \theta_h + u \cos \theta_h - \sqrt{2gh} = 0 \rightarrow \cos \theta_h = \frac{-u \pm \sqrt{u^2 + 8gh}}{2\sqrt{2gh}}$$

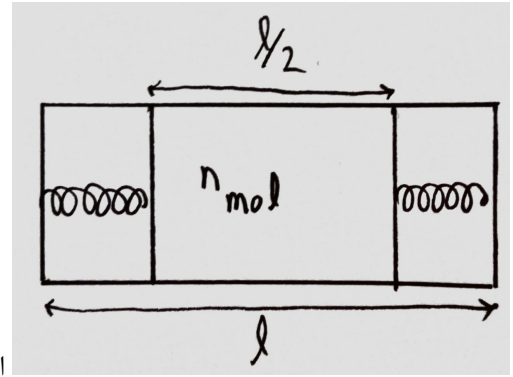
$$\cos \theta_h \geq -1 \rightarrow \theta = \cos^{-1} \frac{-u + \sqrt{u^2 + 8gh}}{2\sqrt{2gh}}$$

ج) چون در ادامه دو جواب قابل قبول برای زاویه مورد نظر به دست می آید، در نتیجه در ۲ زاویه مولفه عمودی سرعت صفر میشود.

$$v_{2y} = 0 = \sqrt{2gh}(2 \cos^2 \theta - 1) + 2u \cos \theta \rightarrow \theta_c = \cos^{-1} \frac{-u \pm \sqrt{u^2 + 4gh}}{2\sqrt{2gh}}$$



(۵)



الف) با نوشتن معادله تعادل نیروها برای محفظه حاوی گازی و دو فنر متصل به

دیواره های ظرف ، T_1 را بدست می آوریم:

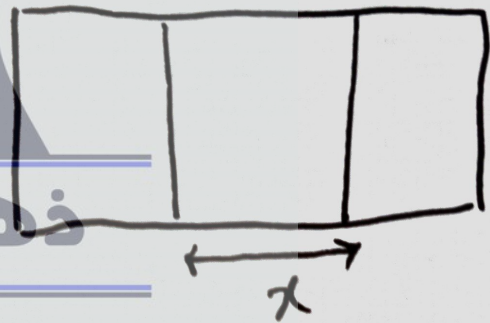
$$PV = nRT \rightarrow \frac{nRT_1}{A \frac{l}{2}} = \frac{K}{A} \left(l - \frac{l}{4} \right) \rightarrow T_1 = \frac{3l^2 K}{8nR}$$

ب) با دراختیار داشتن مقداری T_1 و حجم محفظه گازی ($Al/2$) از طریق قانون گازهای کامل ($PV=nRT$) فشار را بدست می آوریم:

$$P_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow P_1 = \frac{3l^2 K}{8nR} \times nR \times \frac{2}{Al} = \frac{3lK}{4A}$$

پ) با افزایش دما ، گاز منبسط شده و طول فنر ها تغییر میکند ، با توجه به ثابت بودن سطح پیستون (A) نسبت v_1 به v_2 همان نسبت طول اولیه محفظه گازی به طول ثانویه آن است:

$l' =$ طول جدید فنر



ذهن زیبا

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{A(l - 2l')}{A \frac{l}{2}} = \frac{2(l - 2l')}{l}$$

$$\frac{nRT_2}{A(l - 2l')} = \frac{K(l - l')}{A}$$

$$\xrightarrow{T_2 = 3/2 T_1} 2l'^2 - 3ll' + \frac{7l^2}{16} = 0 \Rightarrow l' = \frac{3 \pm \sqrt{\frac{11}{2}}}{4}$$

$$l' < \frac{l}{4} \Rightarrow l' = l \left(\frac{3 - \sqrt{\frac{11}{2}}}{4} \right) \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{11}{2}} - 1$$

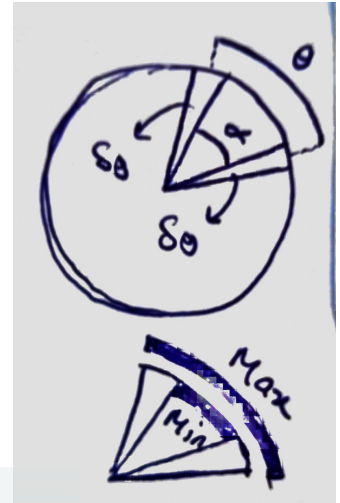
ت) با در اختیار داشتن نسبت T_2 به T_1 و V_2 به V_1 و رابطه $PV/T = \text{const}$ در گازهای کامل، نسبت فشار ثانویه به فشار اولیه را بدست می آوریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \times \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{11}{2}} - 1} \right) \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{3} \left(\sqrt{\frac{11}{2}} + 1 \right)$$

ث و ج) از آنجایی که حجم و فشار گاز هردو تغییر کرده اند با انتگرال گیری، مقدار کار انجام شده روی گاز را بدست آورده و با استفاده از قانون اول ترمودینامیک مقدار گرمایی که به گاز داده میشود را بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} W &= - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{x=\frac{l}{2}}^{x=l-2l'} \frac{K}{A} \left(l - \left(\frac{l-x}{2} \right) \right) A dx = -K \int_{\frac{l}{2}}^{2l'} \left(\frac{l}{2} + \frac{x}{2} \right) dx \\ &= -\frac{K}{2} \left(lx + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{\frac{l}{2}}^{l \left(\sqrt{\frac{11}{2}} - 1 \right)} = -\frac{Kl^2}{8} \left(\sqrt{\frac{11}{2}} - \frac{5}{4} \right) \end{aligned}$$

$$Q = E - W = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1) - W = \frac{Kl^2}{8} \left(1 + \sqrt{\frac{11}{2}} \right)$$



الف) برای آنکه ذره ای که از چاک ۱ عبور کرده اند، از چاک ۲ نیز عبور کنند، گرده دوم تا وقتی که ذره به آن میرسد یا باید تقریباً به اندازه θ چرخیده باشد، یا یک دور کامل به علاوه θ یا دو دور کامل به علاوه θ یا ... بنابراین بینهایت بازه جواب داریم.

زمانی که گرده از چاک ۱ به چاک ۲ میرسد $t =$

زاویه چرخش چاک ها در مدت عبور گرده از داخل گزینش گر $\Delta\theta =$

$$t = \frac{l}{v}$$

$$\Delta\theta = \omega t = \frac{\omega l}{v} = 2k\pi + \theta, \quad k \in \mathbb{W}$$

$$\Rightarrow v_{max} = \frac{\omega l}{2k\pi + \theta - \delta\theta}, \quad v_{min} = \frac{\omega l}{2k\pi + \theta + \delta\theta}$$

$$\Rightarrow v \approx \left[\frac{\omega l}{2k\pi + \theta} \left(1 - \frac{\delta\theta}{2k\pi + \theta} \right), \frac{\omega l}{2k\pi + \theta} \left(1 + \frac{\delta\theta}{2k\pi + \theta} \right) \right]$$

ب) از آنجایی که بازه کلی سرعت در صورت سوال داده شده است، با قرار دادن مقادیر مختلف k در بازه بالا، تعداد بازه هایی که ماکزیمم و مینیمم آنها در بازه کلی وجود دارد را پیدا میکنیم. گرده هایی که سرعتشان در این بازه هاست از چاک عبور میکنند، و چون احتمال سرعت گرده ها در بازه کلی، یکنواخت است، نسبت مجموع طول این بازه ها به طول بازه کلی، درصد گرده های عبوری را مشخص میکند. با انجام این کار میفهمیم تنها بازه های $k=1,0$ در بازه کلی $(30 \text{ m/s}, 120 \text{ m/s})$ میگذرند، و هیچ بازه دیگری اشتراکی با بازه کلی ندارد. (به ازای $k=2$ یا بیشتر از آن، ماکسیمم سرعت از ۳۰ متر بر ثانیه کمتر میشود)

$$k = 0$$

$$v_{max} = \frac{100\pi}{\pi} \left(1 + \frac{\pi/100}{\pi} \right) = 101 \text{ m/s}, \quad v_{min} = \frac{100\pi}{\pi} \left(1 - \frac{\pi/100}{\pi} \right) = 99 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow v_{max} - v_{min} = 2 \text{ m/s}$$

$$k = 1$$

$$v_{max} = \frac{100\pi}{3\pi} \left(1 + \frac{\pi/100}{3\pi} \right) = \frac{100}{3} + \frac{1}{9} m/s, \quad v_{min} = \frac{100\pi}{3\pi} \left(1 - \frac{\pi/100}{3\pi} \right) = \frac{100}{3} - \frac{1}{9} m/s$$

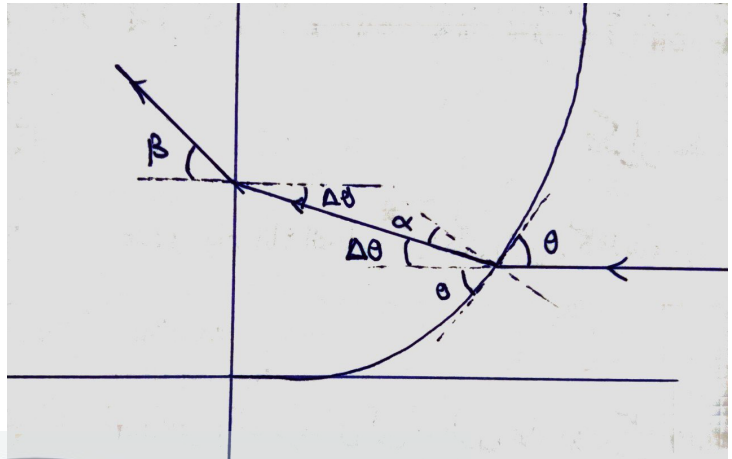
$$\rightarrow v_{max} - v_{min} = \frac{2}{9} m/s$$

$$k = 2$$

$$v_{max} = \frac{100}{5} + \frac{1}{25} m/s < 30 m/s$$



(۷)



الف) β زاویه پرتو خروجی از تیغه با خط عمود است، که خط عمود موازی محور X است. چون پرتو ورودی به تیغه موازی محور X بود، پس β همان زاویه بین پرتو خروجی با راستای پرتو ورودی است، یعنی همان زاویه انحراف.

$$y = ax^2 \rightarrow y' = 2ax = \tan \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + 4a^2x^2}}, \quad \sin \alpha (1 + \delta) = \cos \theta \rightarrow \sin \alpha = (1 - \delta) \cos \theta$$

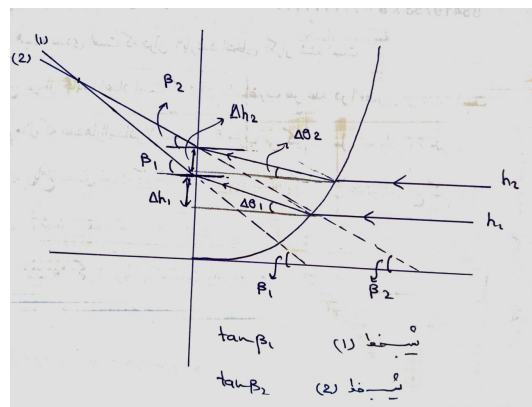
$$\alpha + (\theta + \Delta\theta) = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin \alpha = \cos(\theta + \Delta\theta)$$

$$\cos(\theta + \Delta\theta) = \cos \theta - \Delta\theta \sin \theta = (1 - \delta) \cos \theta = \cos \theta - \delta \cos \theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \delta \cot \theta \xrightarrow{\tan \theta = 2ax} \Delta\theta = \frac{\delta}{2ax}$$

$$\sin \beta = (1 + \delta) \sin \Delta\theta \approx (1 + \delta) \Delta\theta = (1 + \delta) \frac{\delta}{2ax} = \frac{\delta}{2ax} + \frac{\delta^2}{2ax} \approx \frac{\delta}{2ax} = \sin \Delta\theta$$

$$\beta = \Delta\theta = \frac{\delta}{2ax}$$



(ب)

A = عرض از مبدا

$$A_2 = h_2 + \Delta h_2 , \quad \Delta h_2 = x \Delta \theta_2 = x \frac{\delta}{2ax} = \frac{\delta}{2a}$$

$$A_1 = h_1 + \Delta h_1 , \quad \Delta h_1 = \frac{\delta}{2a}$$

$$\tan \beta_1 = \frac{\delta}{2ax_1} \xrightarrow{h_1 = ax_1^2} \tan \beta_1 = \frac{\delta}{2a\sqrt{\frac{h_1}{a}}} = \frac{\delta}{2\sqrt{ah_1}} , \quad \tan \beta_2 = \frac{\delta}{2\sqrt{ah_2}}$$

$$y_1 = \frac{\delta}{2\sqrt{ah_1}} x_1 + h_1 + \frac{\delta}{2a} , \quad y_2 = \frac{\delta}{2\sqrt{ah_2}} x_2 + h_2 + \frac{\delta}{2a}$$

$$y_1 = y_2 , \quad x_1 = x_2 = x \Rightarrow \frac{\delta}{2\sqrt{ah_1}} x + h_1 = \frac{\delta}{2\sqrt{ah_2}} x + h_2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{a}}{\delta} \sqrt{h_1 h_2} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})$$

ذهن زیبا

$$k = \text{const} \rightarrow \frac{1}{2} m (v_{0z}^2 + v_{0\perp}^2) = \frac{1}{2} m (v_z^2 + v_{\perp}^2)$$

$$B_{z(z=0)} = B_0 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right)$$

$$\frac{\frac{1}{2} m v_{0\perp}^2}{B_{0z}} = \frac{\frac{1}{2} m v_{\perp}^2}{B_z} \rightarrow v_{\perp}^2 = v_{0\perp}^2 \left(\frac{B_z}{B_{0z}} \right) = v_{0\perp}^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_{0z}^2 + v_{0\perp}^2) = \frac{1}{2} m \left(v_z^2 + v_{0\perp}^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right) \right)$$

$$\frac{1}{2} m v_{0z}^2 = \frac{1}{2} m v_z^2 + \frac{1}{2} m v_{0\perp}^2 \left(\frac{z}{z_0} \right)^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{m v_{0\perp}^2}{z_0^2}, \quad R = \frac{1}{2} m v_{0z}^2$$

(ب) در نقاط آینه ای جهت الکترون در راستای Z برعکس میشود، پس در این نقاط $v_z = 0$.

$$v_{0z}^2 = v_{0\perp}^2 \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \Rightarrow z = \pm \sqrt{\frac{v_{0z}^2}{v_{0\perp}^2} z_0^2} \rightarrow z = \pm \left| \frac{v_{0z} z_0}{v_{0\perp}} \right|$$

(پ)

$$E = \frac{1}{2} k z^2 + \frac{1}{2} m \dot{z}^2 \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \left| \frac{2\pi z_0}{v_{0\perp}} \right|$$

(ت)

$$z = A \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow z_{(t=0)} = 0 \rightarrow A \sin \varphi = 0 \rightarrow \varphi = 0$$

$$\dot{z}_{(t=0)} = v_{0z} \rightarrow A = \frac{v_{0z}}{\omega} \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} A = \frac{v_{0z}}{\left| \frac{v_{0\perp}}{z_0} \right|}$$

$$\Rightarrow z(t) = v_{0z} \left| \frac{v_{0z}}{v_{0\perp}} \right| \sin \left(\frac{v_{0\perp}}{z_0} t \right)$$

$$-z_m < z_0 < z_m \rightarrow -3z_0 < \pm \left| \frac{v_{0z} z_0}{v_{0\perp}} \right| < 3z_0$$

$$\xrightarrow{z_0 > 0, z_m > 0} 0 < \left| \frac{v_{0z}}{v_{0\perp}} \right| < 3$$

